

# ZESTAW PYTAŃ

## na egzamin dyplomowy inżynierski na kierunku matematyka stosowana dla absolwentów studiów stacjonarnych w roku akademickim 2024/2025

### I. Algebra liniowa z geometrią analityczną 1 i 2

1. Omów ciało liczb zespolonych, postać algebraiczną i trygonometryczną liczby zespolonej oraz wzór de Moivre'a.
2. Omów pojęcie, własności i zastosowania wyznacznika.
3. Omów wzór Laplace'a i twierdzenie Cauchy'ego (dla wyznaczników).
4. Omów metody rozwiązywania układów równań liniowych. Omów twierdzenia Cramera i Kroneckera-Capellego.
5. Omów pojęcie przestrzeni liniowej. Podaj przykłady przestrzeni liniowych.
6. Omów pojęcia bazy i wymiaru przestrzeni liniowej.
7. Omów pojęcia przekształcenia liniowego i jego macierzy.
8. Omów pojęcia wartości i wektorów własnych endomorfizmu liniowego.
9. Omów pojęcia formy kwadratowej i jej postaci kanonicznej. Omów metodę Lagrange'a sprowadzania formy kwadratowej do postaci kanonicznej.
10. Omów pojęcie bazy prostopadłej przestrzeni euklidesowej. Omów ortogonalizację Grama-Schmidta.

### II. Analiza matematyczna 1

1. Omów różniczkowalność rzeczywistej funkcji jednej zmiennej, podaj własności funkcji różniczkowalnych.
2. Omów ciągłość rzeczywistej funkcji jednej zmiennej, podaj własności funkcji ciągłych.
3. Omów zbieżność szeregów liczbowych, podaj definicję zbieżności szeregu i kryteria zbieżności.
4. Omów całkowalność rzeczywistej funkcji jednej zmiennej, podaj definicję funkcji pierwotnej i własności całki nieoznaczonej oraz wymień metody całkowania.
5. Omów całkowalność w sensie Riemanna rzeczywistej funkcji jednej zmiennej, podaj własności całki oznaczonej.

### III. Podstawy programowania

1. Omów paradygmaty programowania strukturalnego i obiektowego.
2. Omów złożone typy danych języka Python.
3. Omów zasadę rekurencji.
4. Omów wyrażenia listowe i słownikowe w języku Python.

### IV. Programowanie obiektowe

1. Wyjaśnij pojęcia obiektu i klasy.
2. Omów pojęcia interfejsu i implementacji klasy.
3. Omów technikę tworzenia nowych klas przez dziedziczenie z klas istniejących.
4. Omów właściwości i działanie pól i metod instancyjnych, klasowych i statycznych w języku Python.
5. Omów mechanizm wyjątków w programowaniu obiektowym.

### V. Logika i teorii mnogości

1. Zdefiniuj pojęcie relacji. Co to jest relacja równoważności, klasy abstrakcji relacji równoważności? Jaka jest zależność między relacjami równoważności i podziałami zbiorów? Zilustruj powyższe pojęcia przykładami.
2. Omów pojęcie relacji porządkującej zbiorów oraz rodzaje takich relacji (porządku częściowego, liniowego, dobrego, gęstego, itp.). Co to są liczby porządkowe? Przedstawiane pojęcia zilustruj przykładami.
3. Zdefiniuj pojęcia równoliczności zbiorów i mocy zbioru. Sformułuj twierdzenie Cantora- Bernsteina i zilustruj jego zastosowanie. Przedstaw schemat dowodu twierdzenia Cantora o tym, że moc dowolnego zbioru jest mniejsza od mocy jego zbioru potęgowego.
4. Jakie zbiory nazywamy przeliczalnymi? Podaj własności zbiorów przeliczalnych. Naszkicuj dowód nieprzeliczalności przedziału  $[0,1]$ .
5. Zdefiniuj i wymień własności wszystkich spójników logicznych. Jakie są między nimi zależności? Co to są formuły rachunku zdań. Co to jest tautologia rachunku zdań?

## **VI. Wprowadzenie do informatyki**

1. Omów zasady zmiennoprzecinkowej reprezentacji liczb zgodnej ze standardem IEEE 754.
2. Omów podstawowe własności arytmetyki zmiennoprzecinkowej.
3. Omów algorytm obliczania oraz zastosowanie kodu CRC.
4. Omów właściwości, sposób kodowania oraz zastosowanie kodu Hamminga.
5. Omów podstawowe komponenty modelu programowego procesora.

## **VII. Analiza matematyczna 2**

1. Omów pojęcia przestrzeni metrycznej i unormowanej, podaj przykłady takich przestrzeni.
2. Omów pojęcie pochodnych cząstkowych funkcji wielu zmiennych, podaj definicję, interpretację i własności.
3. Omów całkę podwójną po prostokącie i po obszarze normalnym, podaj jej własności.
4. Omów całkę potrójną po prostopadłości i po obszarze normalnym, podaj jej własności.
5. Omów zbieżność punktową i jednostajną szeregów funkcyjnych.

## **VIII. Matematyka dyskretna**

1. Omów zasadę włączeń/wyłączeń i podaj przykłady jej zastosowań.
2. Omów pojęcie rekurencji oraz metody rozwiązywania rekurencji liniowych rzędu pierwszego i drugiego.
3. Wyjaśnij pojęcie drzewa oraz podaj twierdzenie Cayleya o liczbie drzew.
4. Omów pojęcie i twierdzenie charakteryzujące grafy eulerowskie i hamiltonowskie.
5. Omów pojęcie grafu planarnego oraz wzór Eulera dla grafów planarnych.

## **IX. Technologie informacyjne**

1. Omów sposoby uzyskania automatycznej numeracji elementów dokumentu utworzonego w procesorze tekstu OpenOffice Writer.
2. Omów sposoby generowania wykresów funkcji w arkuszu kalkulacyjnym OpenOffice Calc z uwzględnieniem funkcji zadanych przedziałami.
3. Omów modele kolorów RGB, CMYK i HSV.
4. Omów sposób tworzenia struktury dokumentu w LaTeX-u i automatycznej numeracji elementów tej struktury.
5. Omów sposób generowania slajdów do prezentacji w pakiecie beamer w LaTeX-u.

## **X. Teoria liczb i kryptografia**

1. Omów pojęcie kongruencji w pierścieniu liczb całkowitych. Opisz własności działań modularnych. Podaj twierdzenie Eulera i Małe twierdzenie Fermata.
2. Jakie równania nazywamy diofantycznymi? Podaj sposób rozwiązania równań postaci  $ax+by=c$ , gdzie  $a$ ,  $b$  i  $c$  są ustalonymi liczbami całkowitymi. Sformułuj twierdzenie o rozwiązaniach równania Pitagorasa  $x^2+y^2=z^2$ .
3. Omów multiplikatywną strukturę ciała  $Z_p$  (podać twierdzenie Gaussa). Omów pojęcie logarytmu dyskretnego i podaj przykłady zastosowań tego pojęcia w kryptografii.
4. Przedstaw wybrany algorytm testowania pierwszościi wybranych liczb naturalnych oraz zdefiniuj pojęcia wykorzystywane w tym algorytmie.
5. Opisz konstrukcję systemu szyfrującego RSA lub systemu afinicznego. Podaj jego własności (w tym sposób szyfrowania/desyfrowania oraz jego słabości).

## **XI. Matematyka finansowa**

1. Omów stopy procentowe i dyskontowe (efektywne, nominalne) oraz równoważność stóp.
2. Omów oprocentowanie i dyskontowanie (proste, składane, ciągłe).
3. Omów natężenie oprocentowania.
4. Omów renty (proste, o kapitalizacji częstszej niż płatności, o płatnościach częstszych niż kapitalizacja).
5. Omów mierniki oceny inwestycji finansowych (wartość bieżąca netto, wewnętrzna stopa zwrotu).

## **XII. Algorytmy i struktury danych**

1. Omów metodę dziel i zwyciężaj projektowania algorytmów. Podaj przykład zastosowania tej metody.
2. Omów metodę dynamiczną projektowania algorytmów. Podaj przykład zastosowania tej metody.
3. Omów metodę zachłanną projektowania algorytmów. Podaj przykład zastosowania tej metody.

4. Omów struktury danych, jakie stosuje się przy reprezentowaniu grafu w pamięci komputera
5. Omów pojęcie algorytmu przybliżonego. Podaj przykłady problemów, w których uzasadnione jest wykorzystanie algorytmu przybliżonego.

### **XIII. Algebra**

1. Omów pojęcie grupy, podgrupy i dzielnika normalnego.
2. Omów twierdzenie Lagrange'a dla grup oraz wnioski z tego twierdzenia.
3. Omów pojęcie pierścienia, podpierścienia i ideału.
4. Omów pojęcie jednoznaczności rozkładu w pierścieniach. Podaj przykłady pierścieni z jednoznacznością rozkładu i bez tej własności.
5. Omów zasadnicze twierdzenie algebry.

### **XIV. Analiza matematyczna 3**

1. Omów pojęcia całki krzywoliniowej nieskierowanej i całki krzywoliniowej skierowanej.
2. Omów pojęcia dywergencji i rotacji pola wektorowego.
3. Omów twierdzenia Gaussa-Ostrogradskiego i Stokesa.
4. Omów pojęcie i własności pochodnej funkcji zespolonej.
5. Omów pojęcia szeregu Laurenta i punktu osobliwego funkcji zespolonej.

### **XV. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna.**

1. Omów schemat Bernoulliego.
2. Omów pojęcie dystrybuanty jednowymiarowej zmiennej losowej.
3. Podaj własności jednowymiarowego rozkładu normalnego.
4. Sformułuj prawo wielkich liczb Bernoulliego. Omów rolę nierówności Czebyszewa w dowodzie tego prawa.
5. Podaj przykład zastosowania prawa wielkich liczb Bernoulliego.
6. Sformułuj centralne twierdzenie graniczne i podaj przykład zastosowania.
7. Omów własności wartości oczekiwanej i wariancji jednowymiarowych zmiennych losowych. Podaj wartości wskazanych parametrów dla wybranych rozkładów ciągłych oraz dyskretnych.
8. Omów modele przedziałów ufności dla średniej.
9. Omów rodzaje błędów popełnianych przy weryfikacji hipotez statystycznych.
10. Omów testy pozwalające na weryfikację hipotezy o niezależności zmiennych losowych.

### **XVI. Równania różniczkowe i różnicowe**

1. Omów rodzaje rozwiązań równania różniczkowego zwyczajnego. Podaj definicje rozwiązań: ogólnego, szczególnego i osobliwego.
2. Omów istnienie rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego dla równania różniczkowego zwyczajnego. Przytocz twierdzenia Picarda i Peana.
3. Omów operatorową metodę rozwiązywania równań różniczkowych.
4. Omów istnienie rozwiązania równania różnicowego. Przytocz twierdzenie podstawowe teorii równań różnicowych.
5. Omów konstrukcję rozwiązania równania różnicowego liniowego o stałych współczynnikach w kontekście pierwiastków jego równania charakterystycznego.

### **XVII. Bazy danych**

1. Omów etapy projektowania relacyjnej bazy danych.
2. Omów typy i znaczenie kluczy w relacyjnej bazie danych.
3. Omów typy zapytań SQL.
4. Omów znaczenie indeksów w relacyjnej bazie danych.
5. Omów właściwości transakcji w bazie danych.

### **XVIII. Metody optymalizacji**

1. Omów problem dualny programowania liniowego.
2. Omów warunki konieczne i dostateczne optymalności dla problemów nieliniowych bez ograniczeń.
3. Omów warunki konieczne Karusha-Kuhna-Tuckera (KKT) w przypadku zadań optymalizacji nieliniowej z ograniczeniami nierównościami.
4. Omów warunki konieczne optymalności dla zadań z ograniczeniami równościowymi.
5. Omów najprostsze zadanie rachunku wariacyjnego oraz sformułuj równanie Eulera-Lagrange'a.

### **XIX. Metody numeryczne**

1. Omów metodę aproksymacji średniokwadratowej za pomocą bazy złożonej z jednomianów.
2. Omów metodę Banachiewicza rozwiązywania układów równań liniowych.
3. Omów metodę siecznych rozwiązywania równań nieliniowych.
4. Omów metodę Simpsona obliczania całek pojedynczych.
5. Omów metodę typu Rungego-Kutty rozwiązywania zagadnień początkowych dla równań różniczkowych zwyczajnych.

### **XX. Fizyka**

1. Omów inercjalne i nieinercjalne układy odniesienia. Scharakteryzuj siłę bezwładności.
2. Omów II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego. Scharakteryzuj moment bezwładności układu punktów materialnych oraz moment bezwładności bryły sztywnej.
3. Omów zasadę zachowania energii mechanicznej, pędu i krętu.
4. Omów ruch harmoniczny oraz wielkości opisujące ten rodzaj ruchu.
5. Omów zjawisko indukcji elektromagnetycznej.

### **XXI. Elementy automatyki i robotyki**

1. Omów transmitancję operatorową układu liniowego oraz wyznaczenie na jej podstawie charakterystyki statycznej oraz charakterystyki dynamicznej.
2. Omów związek pomiędzy transmitancją operatorową a transmitancją widmową oraz charakterystyki częstotliwościowe.
3. Omów wybrane kryterium stabilności liniowych układów automatyki.
4. Omów liniowy układ regulacji automatycznej. Podaj transmitancję operatorową oraz schemat blokowy regulatora PID.
5. Omów współrzędne jednorodnie oraz przekształcenia jednorodnie.

### **XXII. Sztuczna inteligencja**

1. Omów metody przeszukiwania przestrzeni stanów.
2. Omów zasadnicze cechy obliczeń ewolucyjnych.
3. Omów podstawowe metody Polskiej Szkoły Sztucznej Inteligencji (metody zbiorów przybliżonych).
4. Omów konstrukcję drzew decyzyjnych.
5. Omów sztuczne sieci neuronowe.

### **XXIII. Liniowa teoria sterowania**

1. Omów pojęcie stabilności asymptotycznej dla układu z czasem ciągłym i układu z czasem dyskretnym oraz podaj jego charakterystykę.
2. Omów zagadnienie sterowalności układu sterowania.
3. Omów zagadnienie obserwowalności układu sterowania.
4. Omów zagadnienie realizacji odwzorowania wejście-wyjście.
5. Omów zagadnienie stabilizacji za pomocą sprzężenia zwrotnego.

### **XXIV. Modelowanie statystyczne**

1. Omów zagadnienie analizy wariancji i kowariancji.
2. Omów zagadnienie regresji wielorakiej i problemy, z jakimi można się spotkać w trakcie analizy.
3. Omów w jaki sposób można wykryć występowanie obserwacji odstających.
4. Omów metodę regresji logistycznej.
5. Omów na czym polega i kiedy się stosuje regresję Poissona.

## **Specjalność: *Analityka danych***

### **I. Modelowanie hurtowni danych**

1. Scharakteryzuj wielowymiarowy model hurtowni danych taki jak gwiazda oraz jej pochodne.
2. Jaka jest rola warstwy ETL w hurtowniach danych?
3. Podaj przykłady zaawansowanych obiektów baz danych.
4. Co korelacja między zmiennymi X i Y mówi o zależności przyczynowo-skutkowej między tymi zmiennymi?
5. Wymień i omów klasy algorytmów uczenia modeli sieci bayesowskich z danych.

### **II. Elementy ekonometrii**

1. Omów strukturę modelu ekonometrycznego.
2. Omów znaczenie składnika losowego w modelu ekonometrycznym.
3. Omów wybrane klasyfikacje modeli ekonometrycznych.
4. Omów etapy modelowania ekonometrycznego.
5. Omów wybrane metody doboru zmiennych objaśniających do modelu ekonometrycznego.
6. Omów założenia klasycznej metody najmniejszych kwadratów.
7. Omów na czym polega weryfikacja liniowych modeli ekonometrycznych.
8. Omów wybrane testy badania własności odchyłek losowych.
9. Omów założenia teorii predykcji.
10. Omów wybrane własności funkcji produkcji.

### **III. Szeregi czasowe i prognozowanie.**

1. Omów wybrane klasyfikacje prognoz.
2. Omów reguły prognozowania.
3. Omów założenia prognozowania.
4. Omów etapy prognozowania.
5. Omów dekompozycję szeregów czasowych.
6. Omów wybrane miary dokładności prognoz.
7. Omów wybraną klasę modeli adaptacyjnych.
8. Omów założenia teorii predykcji.
9. Omów tablicę przepływów międzygałęziowych.
10. Omów prognozowanie na podstawie modelu Leontiewa.

## **Specjalność: *Matematyka nowoczesnych technologii***

### **I. Programowanie robotów**

1. Omów podstawowe rodzaje kinematyki w robotyce.
2. Omów podstawowe działy nawigacji.
3. Przedstaw wybrany algorytm planowania drogi.
4. Przedstaw wybrany algorytm mapowania oraz zdefiniuj pojęcia wykorzystywane w tym algorytmie.
5. Omów podstawowe grupy czujników nawigacyjnych.